

بسمه تعالی

درس آموزش ریاضی

مقدمه:

ریاضیات سلطان دانش هاست «گوس»

از آن جایی که ریاضیات زبان علم و علوم مختلف است، آشنایی با روش های جدید آموزش ریاضی برای معلمان دوره ی ابتدایی از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا دانش ریاضی است که می تواند از همان ابتدا، دقت، تامل، خلاقیت را در دانش آموزان تقویت نماید. امروزه آموزش ریاضیات در زندگی ما، نقش مهمی دارد و دربردارنده ی فرصت هایی برای اکتشاف خلاقانه ی پدیده ها و حل مساله ی علمی است.

هدف از آموزش ریاضی تنها پرورش نخبه ها و علاقه مندان به ریاضی یا افراد خاصی که می خواهند رشته ریاضی را در سطح دانشگاهی ادامه دهند نیست، بلکه در این برنامه، هدف از آموزش ریاضی، بهتر زندگی کردن دانش آموزان می باشد. بنابراین برقراری ارتباط بین ریاضی و زندگی روزمره، کسب مهارت های مدل سازی ریاضی و حل مسئله، رشد مهارت های تفکر، برقراری ارتباط بین نمایش های مختلف ریاضی و تعبیر و تفسیر آنها، برقراری ارتباط بین ریاضی و سایر علوم و در حالت کلی، بکارگیری مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی و تفسیر و تحلیل آنها از جمله هدف های اصلی این برنامه درسی است. از دیگر دلایل ارائه یک برنامه درسی ریاضی جدید می توان به نتایج آزمون بین المللی نیز اشاره کرد که براساس نتایج آنها دانش آموزان ایرانی از قدرت بالایی در پاسخگویی به سؤالاتی که در اهداف بالا ذکر شده برخوردار نبوده اند. از طرفی تحولات و تغییرات اجتماعی باعث تغییر نیازها و انتظارات دانش آموزان شده است و این برنامه درسی، نیازهای جدید دانش آموزان و جامعه را مورد توجه قرار داده است. رشد آموزش ریاضی و رویکردهای جدید آموزش ریاضی نیز از دیگر دلایلی است که اصلاح برنامه درسی فعلی را ضروری می کند.

روش تدریس ریاضی

مجموعه قواعد و دستور العمل هایی که برای رسیدن به هدف به کار می رود روش نامیده می شود. برای یاد دادن (آموزش) ریاضی هم روش هایی وجود دارد که آن ها را روش های تدریس ریاضی می نامیم. برای اهمیت روش های تدریس ریاضی سوال زیر را مورد بررسی قرار می دهیم.

آیا دانستن علم یک موضوع برای تدریس آن موضوع کافی است؟

برای پاسخ به این سوال به سوالات زیر پاسخ می دهیم.

آیا کسانی که گواهی نامه ی رانندگی دارند می توانند معلم رانندگی موفق باشند. (یا رانندگی را آموزش دهند) ؟

آیا کسی که شنا می داند می تواند فن شنا گردن را به خوبی آموزش دهد؟

آیا کسی که چهار عمل اصلی حساب (جمع -تفریق - ضرب - تقسیم) را می داند می تواند ریاضی را آموزش دهد؟

جواب : خیر باید روش های تدریس آن موضوع را بداند و تجربه کرده باشد.

برخی از این روش های تدریس عبارت اند از :

۱) روش تدریس سخنرانی : این روش تدریس به روش تدریس زبانی نیز معروف است. در این روش معلم به اصطلاح متکلم الوحده است. همه چیز را بیان می کند ،قواعد رابرسی می کند ، طراح مساله است ، نتیجه گیری می کند .خلاصه معلم در کلاس درس همه کاره است و دانش آموز هیچ کاره. معلم مساله گو و دانش آموزان مساله حل کن ،معلم متکلم و دانش آموز مستمع است.

طرفداران این روش دو گروه هستند .گروهی موافق روش زبانی ماشینی و گروه دیگر موافق زبانی استدلالی هستند.

۱-۱. روش تدریس زبانی ماشینی : موافقان این روش معتقدند که فهم و شعور دانش آموزان را برای استدلال مناسب نمی دانند و اعتقاد دارند که دانستن قواعد و فنون محاسبه کافیهست اگر دانش آموز ادامه تحصیل بدهد برایش استدلال می شود و مطالب را می فهمد و اگر پس از اتمام دوره ابتدایی وارد بازار کار شود محاسبات به دردش می خورد نه اینکه فلان مطلب چنان است و چنین نیست.

۱-۲. روش تدریس زبانی استدلالی: موافقان این روش برخلاف گروه قبل تدریس ریاضی را توأم با استدلال قبول دارند و لاغیر . این گروه معتقد هستند که اساس ریاضیات و نهاد آن منطق است و ریاضی با منطق آمیخته است پس باید با استدلال و برهان به امر تدریس ریاضی همت گماشت . ابتدا باید تعاریف و اصول گفته شود و به دنبال آن می توان نتیجه گیری ها را با استفاده از قوانین منطق آغاز نمود.

در روش تدریس سخنرانی چون دانش آموز باید مطالب کتاب را حفظ کند به این روش ، روش حفظی نیز گفته می شود

در این روش پیشرفت ظاهری زیادی محسوس است و اولیای دانش آموزان از اینکه کودکان آن ها به سوالات با سرعت جواب می دهند خوشحال هستند.

۲) روش تدریس سقراطی :

این روش را بدان جهت سقراطی می گویند که وی در بحث و گفت و گو با مردم زمان خود تظاهر به جهل می کرد و به پرسش می پرداخت. سقراط از این روش دو منظور داشت. از اینکه جهل طرف را برای خود او روشن سازد و دیگری اینکه حقیقت را برای او روشن سازد در این روش کودکان به تفکر می پردازند و اعتماد به نفس پیدا می کنند. با یک مثال روش سقراطی را شرح می دهیم.

مثال : محیط دایره ای $۶۲/۸$ سانتی متر است مساحت این دایره چقدر است ؟

جواب : دانش آموز : نمی داند. ممکن است که بگوید که ابتدا $۶۲/۸$ را در خودش ضرب می کنیم و حاصل را در $۳/۱۴$ نیز ضرب می کنیم .

معلم : محیط دایره چگونه محاسبه می شود . دانش آموز : اندازه قطر را در $۳/۱۴$ ضرب کردیم و $۶۲/۸$ شده است . معلم : پس چکار کنیم تا اندازه قطر به دست آید . شاگرد : فهمیدم محیط را بر $۳/۱۴$ تقسیم می کنیم

$$\text{شعاع } ۱۰ \div ۲ = ۲۰ \rightarrow \text{قطر } ۶۲/۸ \div ۳/۱۴ = ۲۰$$

$$\text{سانتی متر مربع } ۳۱۴ = ۱۰ \times ۳/۱۴ = \text{مساحت} \rightarrow \text{مجذور شعاع } ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$$

بنابراین در روش سقراطی معلم با پرسش مناسب دانش آموز را به سمت موضوع و هدف مورد نظر هدایت می کند . چون در این روش پرسش و پاسخ مطرح است گاهی به این روش ، روش تدریس پرسش و پاسخ می نامند. در این روش دانش آموز فعال است و معلم نیز دانش آموز را به سمت یادگیری هدایت می کند . این روش برای کلاس اول و دوم ابتدایی کمتر استفاده می شود.

توجه : در این روش چون دانش آموز خودش به هدف می رسد یا موضوع را کشف می کند ، به این روش ، روش تدریس مکاشفه ای (یا اکتشافی) نیز می گینود.

۳) روش تدریس استقرایی : در روش استقرایی، معلم دانش آموز را از راه تحقیق و بحث به شناخت

اصول و حقایق ریاضی راهنمایی می کند . در این روش ابتدا بحث از جزئیات و مثال ها و شواهد آغاز می شود و با بررسی آن ها به اصول و قواعد کلی ریاضی به دست می آیند . مثلاً در تدریس هندسه ابتدا شکل های مختلف هندسی را به دانش آموزان می دهد . سپس با راهنمایی ، دانش آموزان به تشخیص صفات مشترک آن ها به کمک خود ایشان نتیجه می گیرد چه نوع شکلی را مربع ، مستطیل و... می گویند.

روش هربات مربی بزرگ آلمانی براساس همین روش استقرایی بنیانگذاری شده است . هربات مراحل تدریس را چهار مرحله تقسیم می کند که دانشمندان آن را به پنج مرحله زیر تفکیک کرده اند :

الف - آمادگی ب - عرضه ج - مقایسه د - تعمیم ه - کاربرد و تطبیق

۱-۳. آمادگی : معلم اولاً رغبت دانش آموز را به موضوع درس برانگیزد و ثانیاً هدف درس را روشن می نماید و ثالثاً : معلومات قبلی دانش آموزان را بررسی می کنند و مطالب جدید را بر پایه معلومات قبلی او تدریس می کنند.

۲-۳. عرضه : معلم موضوع جدید را با توجه به هدف هایی که پیش بینی کرده است به دانش آموزان تدریس می کند.

۳-۳. مقایسه : ارتباط بین معلومات قبلی و درس برقرار و مقایسه به عمل می آید و در این مقایسه است که به اصول کلی دست پیدا می کنند در تدریس ریاضی معلم در این مرحله به قاعده دست پیدا می کند و تعاریف را به دست می آورد مانند : تعریف چند ضلعی و نظام های مربوط به آن ها.

۴-۳. تعمیم : نتایج به دست آمده در مرحله مقایسه را در مواقع لازم تعمیم داده می شود .

۵-۳. کاربرد و تطبیق : به کارگیری قاعده ها و تعاریف در مسائل ریاضی .

۴) **روش تدریس قیاسی** : در این روش ابتدا معلم قاعده را در درس ریاضی می گوید ، سپس به ذکر شواهد و مثال می پردازد. مانند : مثلث شکلی است که دارای سه ضلع و سه زاویه (گوشه) می باشد. که اضلاع آن دو به دو همدیگر را تلاقی می کنند . بعد از گفتن این قاعده از دانش آموزان خواسته می شود ، تمامی اشکالی را که در محیط اطراف خویش به شکل مثلث دیده است را مشخص کند بعد از آن به بررسی اجزاء مثلث مانند اضلاع و زاویه ها می پردازد .

توجه : روش های تدریس دیگری مثل روش تدریس شهودی، روش تدریس فعال ، روش تدریس آموزش گروهی و روش تدریس آموزش برنامه ای هم برای تدریس ریاضی وجود دارد که برای آشنایی با آن ها می توان به کتاب آشنایی با مفاهیم و روش تدریس ریاضی آقای کریم عزتخواه انتشارات دانشگاه پیام نور مراجعه کرد.

سوال : آیا از این روش تدریس ها در دوره ابتدایی کشور ما در حال حاضر استفاده می شود ؟

جواب : بلی . ولی نظام آموزشی جدید طوری برنامه ریزی شده است که این روش ها به تنهایی برای تدریس ریاضی کاربردی ندارد و هرچند که برخی از معلمان تلفیقی از این روش ها که دانشجو در آن فعال باشد مورد استفاده قرار می دهند.

رویکرد برنامه درسی ریاضی: در این رویکرد آن نوع بینش و دیدگاه که دانش آموزان همگی توانایی کسب و کشف معارف بشری را امری فطری دارا هستند مد نظر است. لذا رویکرد برنامه بر این اصل برقرار است که رسالت آموزش و پرورش از قوه به فعل در آمده است و شکوفا کردن این استعداد های الهی از طریق ایجاد فرصت های مناسب جهت یاددهی - یادگیری است رویکرد اصلی حاکم بر این برنامه یک رویکرد فرهنگی - تربیتی با تاکید بر حل مساله از طریق محور قرار دادن یادگیرنده در بازسازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشافی می باشد.

این برنامه درسی توجه ویژه ای به شرایط رشدی و ذهنی دانش آموزان در دوره ابتدایی و متوسطه دوم دارد. بعد فعال گروه سنی در دوره ابتدایی بر بعد غیر فعال آن ها تقدم دارد و تلاش در راه رشد مهارت های تفکر آن ها نیازی اساسی است. توانایی های فکری این گروه سنی در پایین ترین سطح عقلانی بدون برخورداری از آموزش رسمی وجود دارند مانند: مشاهده، طبقه بندی، ردیف کردن، تشخیص امور متناظر،...

پژوهش ها نشان می دهند هماهنگی بین این توانایی ها اولیه فکری با مهارت های اکتشافی چون رمز گشایی نمادهای نوشتاری، محاسبه، اندازه گیری، ترسیم شکل و نظم بخشیدن به داده ها که در سن مدرسه مورد توجه کودکان قرار می گیرد، می تواند در پایان دوره عمومی، دانش آموزان را به درک و فهم آن چه که در فرایند علمی رخ می دهد، برساند و همچنین ویژگی های تعامل بین عناصر در یک نظام فیزیکی را هدایت نماید.

اگر یادگیری در دوره ابتدایی، تغییر رفتار از راه تجربه معنا می شود، منظور این است که در سایه تجربه و فعال شدن دانش آموزان تغییرات اساسی در عادت ها، گرایش ها و تمایلات فرد حاصل می شود، هنگامی که موضوع درسی به عنوان یک مساله طرح شود و دانش آموز مانند یک پژوهشگر برخورد کند، تخمین ها و حدسیه های (حدس های) خود را مورد بررسی قرار دهد و ضمن مرتب کردن و سازماندهی یافته ها به برقراری ارتباط بین مفاهیم و موضوعات بپردازند، به تدریج در او عادت های علمی به وجود می آید و در این فرایند آموزشی کار و همیاری با دیگران و چگونگی حل مسایل روزمره ی زندگی از طریق یادگیری های مدرسه قرار می گیرد. رشد پایه ریاضی ناب و قوی از دوره ی پیش از دبستان بسیار ضروری است. در دوره ی ابتدایی باور دانش آموزان درباره معنی ریاضی، دلیل یادگیری این علم و نحوه ی عمل براساس آن و همچنین نقش آن ها به عنوان یک یاد گیرنده، شکل می گیرد. این باور ها بر نوع تفکراتشان درباره ی ریاضی و نگرش به ریاضی، تاثیر می گذارد. دانش آموزان قبل از ورود به مدرسه خیلی از مفاهیم ریاضی را با شهود ابتدایی خود رشد می دهند. به طور مثال: تعدادی معدودی از اشیا را تشخیص داده و از هم متمایز می کنند. خیلی از دانش آموزان پیش از ورود به مدرسه بر بدنه ی اصلی دانش ریاضی غیر رسمی تسلط دارند. بزرگتر ها می توانند از همان سنین کودکی با فراهم کردن محیطی غنی توسط زبان به رشد ریاضی کودکان کمک کنند. بچه ها

احتمالا با پایه های مختلف از درک ریاضی وارد محیط آموزشی می شوند و این اطلاعات اولیه آن ها را بر ریاضیاتی که در مدرسه یادخواهند گرفت تاثیر می گذارد بنابراین توجه به تفاوت های فردی از اهمیت خاصی برخوردار است . در این سنین دانش آموزان به پشتیبانی بیشتری احتیاج دارند و یک برنامه ی آموزشی ریاضی قوی و با کیفیت بالا هم به رشد ریاضی و هم به طبیعت بچه ها توجه می کند بنابراین برنامه ی دوره ی عمومی باید برپایه ی گسترش شهودی و دانش ریاضی غیر رسمی بنا شوند. این برنامه باید رشد بچه ها را مورد توجه قرار دهد . و محیط هایی را فراهم کند تا دانش آموزان تشویق شوند که یادگیرندگانی فعال باشند و چالش های جدید را بپذیرند.

با پیاده سازی این برنامه تغییرات مهمی ایجاد شده است . که عمده ی این تغییرات در رویکرد ها ، روش ها و اهداف آموزشی می باشد . در برنامه ی حاضر برنامه های آموزشی مبتنی بر پژوهش های آموزشی است و اهداف آموزشی در راستای نیاز های واقعی دانش آموزان و جامعه می باشد.

بر مبنای این رویکرد در این برنامه محور های زیر مورد توجه قرار می گیرد :

- (۱) توجه به توانایی های عقلانی در کودک (به عنوان پایه های ساخت شناختی).
- (۲) توجه به تفاوت های فردی در ابعاد (جسمی ، ذهنی ، روانی ،) به منظور ارتباط تجربه و عمل با سطح تجرد.
- (۳) برقراری ارتباط بین ریاضی و دنیای واقعی فراگیران (ایجاد انگیزه ی درونی).
- (۴) فعال نمودن دانش آموزان در جریان یاددهی - یادگیری.
- (۵) ایجاد موقعیت های چالش برانگیز و هدایت دانش آموزان به یادگیری از طریق خوب دیدن ، خوب شنیدن و خوب بیان کردن.
- (۶) ایجاد شرایط مناسب به منظور بحث و بررسی و استدلال در رد یا تایید نظرات خود و دیگران.
- (۷) شناخت رخ داد های آموزشی در کلاس درس و بیان آن ها به زبان ریاضی.

اهداف کلی دوره ابتدایی

- شناخت مفهومی از اعداد در زمینه مفاهیم محیط پیرامونی
- آشنایی با زبان ریاضی و کسب توانایی به کارگیری زبان ریاضی در بیان مشاهدات
- آشنایی با شکل ها و مفاهیم هندسی با مشاهدات مستقیم
- تشخیص الگوهای جبری و هندسی

- آشنایی با مفاهیم آماری و احتمالی
- آشنایی با تاریخ ریاضی اسلامی و ملی
- ایجاد نگرش مثبت نسبت به ریاضی به عنوان یک علم مفید و کارآمد

اهداف کلی دانش ریاضی دوره ابتدایی

- (۱) آشنایی با مفهوم عدد و نمایش های مختلف اعداد و روابط بین آن ها.
- (۲) آشنایی با اعمال جبری اعداد و انجام این اعمال با تبحر کافی و تخمین زدن آن ها.
- (۳) آشنایی با الگو های روابط.
- (۴) آشنایی با زبان ریاضی و استفاده از زبان ریاضی در ارائه مطالب.
- (۵) آشنایی با مفاهیم هندسه.
- (۶) شناسایی و تحلیل ویژگی ها و مشخصه های شکل های هندسی در صفحه و فضا.
- (۷) آشنایی با جبری سازی مفاهیم هندسی.
- (۸) آشنایی با تقارن و تبدیلات هندسی.
- (۹) آشنایی با کمیت های وابسته به اشیاء واحدها، دستگاه های اندازه گیری و فرایند اندازه گیری.
- (۱۰) آشنایی با فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری.
- (۱۱) آشنایی با روش های آماری برای نمایش و تحلیل داده ها و ارزیابی و نتیجه گیری.
- (۱۲) آشنایی با مفاهیم اساسی احتمال و کاربرد های آن ها.
- (۱۳) آشنایی ابتدایی با مجموعه.
- (۱۴) آشنایی با تاریخ ریاضی و کارکردهای زیبا شناختی ریاضی در هنر با تاکید بر فرهنگ اسلامی- ایرانی.

اهداف مهارتی

- ۱) کسب توانایی توصیف موقعیت های گوناگون با زبان و روش های ریاضی.
- ۲) کسب توانایی تجزیه و تحلیل موقعیت ها و یافتن مفاهیم ریاضی در آن ها .
- ۳) کسب توانایی مرتبط کردن مفاهیم ریاضی با وضعیت های محیط پیرامونی.
- ۴) رشد توانایی مدل سازی ریاضی از موقعیت های مسئله گونه ، حل مدل و یافتن جواب ها در ریاضی و تفسیر جواب ها در مسئله واقعی.
- ۵) کسب توانایی تجزیه و تحلیل منطقی جملات و انجام استدلال روی آن ها.
- ۶) کسب توانایی مباحثه و دقیق شدن در مفاهیم و یافتن حقایق از طریق تحلیل منطقی.
- ۷) کسب توانایی حل مسئله و حل مسائل واقعی و به کار گیری راهبرد های حل مسئله.
- ۸) کسب توانایی گمانه زنی و پذیرش یا رد آن ها.
- ۹) کسب توانایی به نمایش در آوردن مفاهیم و اطلاعات و موقعیت های مسئله گونه
- ۱۰) کسب مهارت های تفکر (نقاد -خلاق -دیداری یا بصری و تعمیم ساز).
- ۱۱) فرضیه سازی و بررسی فرضیه ها در یک موقعیت مسئله گونه.
- ۱۲) رشد و توسعه ی توانایی های تجسم ، انتزاع و تعمیم.
- ۱۳) کسب توانایی تقریب زدن و تحلیل دقت و صحت و تخمین خطا در موقعیت های اندازه گیری.
- ۱۴) توانمند شدن در استفاده از فناوری برای توسعه ی دانش و به کار گیری آن.
- ۱۵) به کار گیری فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری.
- ۱۶) نمودار خوانی و تحلیل نمودار.

اهداف نگرشی

- ۱) یافتن نگرش مثبت به ریاضی به عنوان ابزاری قدرت مند و اساسی برای درک و حل مسائل واقعی.
- ۲) معنا دار دیدن مفاهیم ریاضی از طریق مشاهده آن ها در محیط پیرامونی.
- ۳) مرتبط دانستن مفاهیم ریاضی با یکدیگر و با مفاهیم محیط پیرامونی.

(۴) کسب روحیه ی حقیقت جویی و صداقت علمی.

(۵) کسب روحیه ی نقادی و نقد پذیری نسبت به مطالب ارائه شده.

مهارت های فرایندی:

برای درک مناسب از ریاضی و عمل به ریاضی و به کارگیری ریاضی در حل مسایل، صرف آموزشی ریاضی کافی نیست. در عمل ریاضی (کار در ریاضی) عوامل و مهارت های خاصی در کارند و آن ها را مهارت های فرایندی می نامند. مفاهیم و موضوعات ریاضی مانند جسمی هستند و مهارت های فرایندی مانند روح آن جسم هستند. این مهارت ها در همه ی پایه های تخصصی چه در دوره ی عمومی و چه در دوره ی متوسطه با اهمیت هستند و حضور دارند ولی بسته به نوع سطح شناختی دانش آموزان پیاده سازی و چگونگی کار کردن با این فرایند ها متفاوت خواهد بود این مهارت ها به شکل زیر دسته بندی می شوند:

(۱) نمایش ریاضی

(۲) ارتباطات مفهومی

(۳) ارتباطات کلامی

(۴) استدلال و اثبات

(۵) حل مساله

(۱) **نمایش ریاضی:** مهارت های نمایش ریاضی، مهارت هایی هستند که به نمایش داده ها و اطلاعات و هر آن چه در ذهن دانش آموز می گذرد مربوط می شوند. این مهارت ها کمک بسیاری برای درک بهتر مطالب و برقراری ارتباط با دیگران می کند. این مهارت ها در موارد زیر قابل بیان هستند.

(۱) نمایش های مختلف ریاضی برای سازماندهی، ثبت کردن و تبادل ایده های ریاضی به کار می رود.

(۲) نمودار ها، نقشه ها، جدول ها، نماد ها و علائم،... همگی برای مفاهیم ریاضی هستند.

(۳) دانش آموزان هر شکلی از صورت های نمایشی را باید تشخیص دهند و در جای مناسبی به کار گیرند.

(۴) از نمایش های ریاضی به عنوان ابزاری برای فهم و درک و تجزیه و تحلیل ایده ها ی ریاضی استفاده می شود.

(۵) برای حل مساله مختلف و توضیح موقعیت های مساله از نمایش های ریاضی استفاده می شود.

(۶) نمایش های مختلف از یک مفهوم و رابطه های بین آن ها، در درک مفاهیم و حل مساله کارساز است.

(۷) نمایش های متفاوت ریاضی را برای مدل سازی ، تفسیر و درک پدیده های مختلف به کار برده می شود.

(۲) **ارتباط مفهومی** : مفاهیم ریاضی در ارتباط با یکدیگرند و شناخت این ارتباطات ، درک و یادگیری

ریاضی را عمیق تر می سازد . بنابراین در آموزش ریاضی باید موارد زیر رعایت شود:

(۱) پیوند های مفهومی و مهارتی میان ایده های ریاضی شناسایی و ارائه شوند.

(۲) ارتباطات میان نمایش های چندگانه از یک ایده ی ریاضی درک و برقرار شود .

(۳) متناظر میان روش ها و رویه ها برای حل مساله مشابه ریاضی درک شوند.

(۴) پیوند های میان ایده های مختلف ریاضی و کیفیت ساخته شدن ایده های مرتبط با هم ، در تشکیل یک کل یکپارچه استفاده شود .

(۵) با استفاده از ارتباطات مفهومی میان مفاهیم ریاضی، و غیر ریاضی، موقعیت ها و وضعیت های واقعی را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و در موارد مناسب مدل سازی شود.

(۶) از مفاهیم و روش های یک حوزه از ریاضی برای حل مسایل حوزه های دیگر ریاضی استفاده کنند.

(۳) **ارتباطات کلامی** : زبان طبیعی محمل اصلی برای توصیف و بیان و سخن گفتن از مفاهیم است . ریاضی هم در همین بستر رشد می کند و لازمه ی یک درک معنادار از مفاهیم قابلیت ها ، بیان آن ها در زبان طبیعی است . بنابراین به زبان در آوردن مفاهیم ریاضی و انشا نویسی در ریاضی سهم مهمی در یادگیری بازی می کند .بنابر این موارد زیر باید در آموزش مفاهیم ریاضی مورد توجه قرار گیرد.

(۱) دانش آموزان تفکرات ریاضی خود را توصیف و سازماندهی کنند و استحکام بخشند.

(۲) دانش آموزان بتوانند یک طرح کلی برای گام های مورد استفاده در حل مسائل به صورت کتبی و شفاهی ارائه دهند.

(۳) زبان ریاضی در زبان طبیعی گسترش یابد و از نماد ها و جداول، نمودار ها ، اعداد و ... در تبادل اطلاعات و برقراری ارتباط به درستی استفاده شود.

(۴) تفکر ریاضی خود را به صورت منسجم و روشن برای دیگران بیان کنند.

(۵) دانش آموزان بتوانند در مباحثات ریاضی به صورت شفاهی یا نوشتاری شرکت کنند.

(۶) دانش آموزان بتوانند گزاره های ریاضی و موقعیت های پیش آمده در مسائل را توضیح دهند و تبیین کنند.

۷) دانش آموزان بتوانند استدلال های ریاضی را با دیگران به تبادل بگذارند و نشان دهند که چرا یک نتیجه معنا دار است یا چرا یک استدلال معتبر است.

۸) استدلال های دیگران و سئوالات آنان را با دلایل منطقی و صحیح مورد تایید قرار داده یا رد کند.

۹) تفکر ریاضی و راهبرد های ریاضی دیگران را تجزیه و تحلیل کرده و ارزیابی کند.

۱۰) در یک فعالیت گروهی ، تفکر ریاضی ارائه شده توسط دیگران را گوش دهد ، بنویسد و درک کند.

۱۱) روی راهبرد های دیگران در مقایسه با راهبرد خود تامل ، تفکر و نقادی کنند.

۱۲) راهبردها ، راه حل ها و حدسیه های دیگران را تعمیم دهد و به چالش کشد.

۱۳) از زبان ریاضی برای بیان دقیق ایده های ریاضی استفاده کند.

۱۴) از زبان ریاضی به صورت صحیح و درست برای طرح سوال های ریاضی با هدف به چالش کشیدن حدسیه های دیگران استفاده کند.

۱۵) مسایل کلامی را با استفاده از نماد ها و علائم رسمی ریاضی به صورت ریاضی بیان کند.

۱۶) زبان مناسب نمایش های مناسب و فرهنگ واژگان تخصصی ریاضی را درک کند و در هنگام توصیف و شرح اشیاء، روابط و راه حل های ریاضی از آن ها استفاده کند.

۱۷) از طریق درک مطلب و تفسیر نمایش ها ، نماد ها و علائم ریاضی و روش های نوشتاری، نتایج و نتیجه گیری های مربوط به ایده های ریاضی را استخراج کند.

۴) استدلال و اثبات: توانایی در استدلال و اثبات حدسیه ها ، جزء اصلی تفکر ریاضی است . بدون کسب این توانایی نمی توان درک درستی از ریاضی پیدا کرد. بنابر این در آموزش ریاضی توجه به موارد زیر ضروری است.

۱) استدلال و اثبات به عنوان بخش پایه ای ریاضی تشخیص داده شود و ارزش داده شود.

۲) ایده های ریاضی با استفاده از راهبرد های مختلف، توجیه و تبیین شوند.

۳) توانایی ساخت حدسیه های عملی ایجاد شود و حدس ها مورد بررسی و تحقیق قرار گیرند.

۴) یک حدسیه ی عملی را با استفاده از راهبرد های ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد و یک نتیجه عملی از آن گرفته شود.

۵) موقعیت هایی که در آن یک جواب تقریبی از جواب دقیق مناسب تر است تشخیص داده شود.

۶) استدلال ها و اثبات های ریاضی خلق شوند ، رشد و توسعه داده شوند و مورد ارزیابی قرار گیرند.

- (۷) از ایده ها و زبان ریاضی برای به وجود آوردن استدلال ریاضی استفاده شود.
- (۸) استدلال منطقی ساخته شود و در آن ادعایی (دلیل) اثبات یا مثال نقض برای ابطال آن آورده شود.
- (۹) استدلال ریاضی درست در قالب و صورت های مختلف ارائه شود و مورد استفاده قرار گیرد.
- (۱۰) استدلال های نوشتاری را برای بررسی یک حدسیه علمی مورد استفاده قرار گیرد.
- (۱۱) انواع مختلفی از استدلال و روش های اثبات و راه حل ها به کار گرفته شود.
- (۱۲) با استفاده از یک رویکرد نظام مند ، استدلال های مختلف حل یک مسئله مورد ارزیابی قرار گیرد.
- (۱۳) از روش ابداعی صحیح برای بررسی و اثبات نتایج استفاده شود و از مثال نقض برای ابطال احکام نادرست استفاده شود.
- (۱۴) نتایج صحیح در حالت های کلی تر توسعه و تعمیم یابد.
- (۱۵) از نمودار های مناسب برای حمایت از یک استدلال منطقی استفاده شود.
- (۱۶) از استدلال استنتاجی برای ساختن و پشتیبانی از حدسیه های ریاضی استفاده شود.
- (۵) حل مسئله:** کسب توانایی حل مسئله از اهداف نهایی آموزش ریاضی است این مهارت نیازمند تمامی مهارت ها و توانایی هایی است که در ریاضی وجود دارد و به نوعی تمامی مهارت های ریاضی را به کار می گیرد . در این راستا موارد زیر باید مورد توجه قرار گیرد.
- (۱) از طریق حل مسئله دانش جدید ریاضی بنا شود.
- (۲) از راهبرد های متنوع حل مساله برای فهمیدن و درک محتوای موضوعی- مفهومی ریاضی استفاده شود.
- (۳) نمایش های معادل یک مفهوم ریاضی را در تجزیه و تحلیل مسایل به کار برد.
- (۴) مسایل ریاضی را در ارتباط با محیط پیرامونی درک و حل کند.
- (۵) ز روش های مختلف نمایش ، برای توضیح موقعیت های مسئله گونه (نمایش های تصویری، عددی، جبری و نموداری) استفاده کند.
- (۶) راهبرد های متنوع حل مسئله (رسم شکل-الگو سازی-حدس و آزمایش-الگو یابی-حل مسئله ساده تر- زیر مسئله- حذف حالت های نامطلوب-روش های جبری و تشکیل معادله) به کار گرفته شود.
- (۷) توانایی انتخاب راهبرد موثر و کار آمد در جهت حل هر مسئله خاص ایجاد شود.

۸) در یک فعالیت گروهی، راهبرد های جدید برای حل یک مسئله پیشنهاد شود و انواع راهبرد ها مورد نقد و ارزیابی قرار گیرد.

۹) فرایند حل یک مسئله ریاضی، رصد و تحلیل شود.

۱۰) اطلاعات مورد نیاز برای حل یک مسئله بررسی و تعیین شوند و روش هایی برای به دست آوردن اطلاعات انتخاب شود و شاخص هایی برای جواب ها و راه حل های قابل قبول تعریف شود.

۱۱) راه حل های ارائه شده در یک مسئله با توجه به موقعیت و شرایط مسئله تفسیر شود.

۱۲) روش های گوناگون حل یک مسئله بررسی و ارزیابی شود.

سبک های یادگیری دانش آموزان

این سوال که آموزش ریاضیات چه تاثیری روی شخصیت فکری و منش های حل مسئله و شیوه های یادگیری دانش آموزان می گذارد به ساختار شناختی اپنان مربوط می شود. مسلماً پیشینه فکری و مهارت هایی که در ذهن دانش آموزان نهادینه شده اجازه نمی دهد نظام یکسانی که دانش آموزان با آن مواجه اند ساختار های شناختی یکسانی را به دست دهد. این تنوع ساختار های شناختی که تحت تربیت نظام آموزشی یکسانی بوده اند نه تنها ناخواسته نیست، بلکه مورد تاکید است. ذهن دانش آموزان همچون گلهای رنگارنگی که از یک آب و خاک و خورشید بهره گرفته اند اما با یکدیگر در رنگ و بو تفاوت دارند که در برابر نظام آموزشی یکسان مهارت های مختلفی را به بار می دهند و ثمرات گوناگونی را نتیجه می دهند. این تنوع زمینه های یادگیری دانش آموزان را می توان در سبک های یادگیری و در ساختار شناختی دانش آموزان خلاصه نمود. در رابطه با سبک های یادگیری و تفکر و شناخت دانش آموزان تئوری های گوناگونی وجود دارد. بعضی از این تئوری ها رفتار گرایانه، بعضی روان شناسانه و برخی دیگر مجرد تر هستند. تئوری های رفتار گرایانه از سایر این تئوری ها ملموس تر و قابل فهم تر هستند. مجاری شناخت حسی دانش آموزان در تئوری رفتار گرایانه به پنج حس محدود می شود. (بینایی، شنوایی، لامسه، چشایی، بویایی) از میان این پنج حس، حس بینایی، حس شنوایی، و حس لامسه در ارتباط با جهان خارج و یادگیری بر دیگر حس ها غلبه دارند.

حس بینایی مبنای تفکر تصویری و حس شنوایی مبنای تفکر کلامی و حس لامسه مبنای تفکر دست ورزی و ساختنی را پایه ریزی می کنند. این طور نیست که تفکر کلامی، تصویر و دست ورزی ذهن دانش آموزان را به طور یکسان درگیر کند. هر چند مهارت های تفکر دانش آموزان طیفی بین این سه مهارت تفکر است. اما معمولاً در اکثر دانش آموزان یکی از سه سطح یادگیری بر دیگران غلبه دارد این سه مهارت تفکر سه سبک یادگیری **کلامی، تصویری و دست ورزی** را به دست می دهد اما به ندرت ممکن است در دانش آموزی دو تا از سبک های یادگیری و یا حتی هر سه سبک غلبه داشته باشد.

(۱) **سبک یادگیری کلامی** : در دانش آموزان کلامی ساختار نمادین کلام نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کند اینان کسانی هستند که وقتی فکر می کنند به زبان کلمات و جملات با خود حرف می زنند و می توانند افکار خود را مستقیماً بر روی کاغذ بیاورند (به زبان آورند).

استدلال ریاضی را مرحله به مرحله و جزء به جزء درک کنند و چون مراحل اثبات به پایان می رسد مراحل درک ریاضی آنان خاتمه می یابد. این دانش آموزان از جزء به سمت کل حرکت می کنند و معمولاً تئوری های آنان در چگونگی همنشینی جزئیات بسیار قوی است. اما در همبستگی مبانی و ساختار های کلی می لنگند (ارسطو، ابن سینا، دکارت، کانت زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۲) **سبک یادگیری تصویری** : در دانش آموزان تصویری شهود و تصویرسازی نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کنند. وقتی این دانش آموزان به تفکر می پردازند روند تفکر به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها پیش می رود و باز نویسی روند تفکر برای ایشان نیاز به زحمت مضاعف دارد. حتی برخی از ایشان از به کلام در آوردن روند تفکر خود عاجز و ناتوانند اما می توانند به خوبی آن را به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها بیان کنند. استدلال ریاضی توسط ایشان به صورت کلی و مانند نگاه کردن به اجزای یک تابلو به طور سرتا سری ادراک می شود. اینان از درک کل به سوی ادراک جزء با ثبات حرکت می کنند و معمولاً تئوری های آنان در ساختار و مبانی دقیق است اما در همنشینی و برقراری رابطه بین اجزا ضعیف عمل می نمایند (افلاطون، فارابی، ابن عربی، سهروردی و ملا صدرا زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۳) **سبک دست ورزی** : در دانش آموزان دست ورز که ساختار گرا هستند باز سازی ساختار ها و دست و فکرشان نقش مهمی در تفکر و یادگیر ایفا می کند اینان با به کار بردن ابزار ها و ساختن اشکال و باز سازی ذهنی ساختار ها در ذهن خود مفاهیم را یاد می گیرند و مهارت ها را کسب می کنند اینان برای درک محتوای درسی احتیاج به خلوت کردن با خود دارند حتی اگر آموزش با سبک یادگیری ایشان هماهنگ باشد. استدلال ریاضی را تا وقتی خودشان باز سازی نکنند، نمی فهمند.

اصول و استانداردهای ریاضی ابتدایی

الف) دوره اول ابتدایی:

- ۱- (اعداد و عملیات) : مفهوم اعداد حسابی، ترتیبی، اصلی، کسری و رابطه بین آن ها، ۱ راه های نمایش اعداد، سیستم های عددی؛ شمارش چند تا چند تا؛ مفاهیم مختلف جمع و تفریق و رابطه بین آن ها و اثری که عمل آن ها بر اعداد حسابی دارند؛ رابطه بین جمع و تفریق با ضرب و تقسیم؛ راهبردهای انجام محاسبات، محاسبات ذهنی و تخمین زدن.
- ۲- (جبر) : درک الگوها و روابط؛ طبقه بندی بر اساس ویژگی ها؛ شناسایی و ادامه الگوهای ساده عددی، هندسی یا اصوات؛ درک خواص و ویژگی عملیات؛ بازنمایی ملموس، تصویری یا کلامی از نمادها؛ مدلسازی به کمک تصویر یا اشیا؛ توصیف تغییرات کیفی یا کمی در بافت های مختلف
- ۳- (هندسه) : شناسایی و نامگذاری اشکال دوبعدی و سه بعدی؛ توصیف ویژگی اشکال دوبعدی و سه بعدی؛ بیان مکان هندسی و توصیف روابط به کمک هندسه مختصاتی؛ تقارن
- ۴- (اندازه گیری) : درک ویژگی های قابل اندازه گیری اشیا، واحدها، سیستم ها و فرایندهای اندازه گیری؛ به کارگیری فنون، ابزار و فرمول های اندازه گیری برای هم ارزی و تبدیل، ارتباط میان صفات مساحت، شکل، محیط و (تعیین اندازه مساحت، حجم و شکل).
- ۵- (تحلیل داده ها) : طرح سوالی که بتوان پاسخ آن را به کمک جمع آوری، سازمان دهی و نمایش داده ها به دست آورد؛ انتخاب و به کارگیری روش های آماری مناسب برای تحلیل داده ها؛ پیش بینی و نتیجه گیری بر اساس داده ها؛ درک و به کارگیری مفهوم ابتدایی احتمال.

ب) دوره دوم ابتدایی:

- ۱- (اعداد و عملیات) : درک کسر به عنوان جزی از یک کل، عضوی از یک مجموعه، مکانی روی محور اعداد، تقسیم دو عدد بر هم؛ ارزش مکانی اعداد بزرگ، مقایسه و مرتب کردن اعداد حسابی، کسرها و اعشاری ها، درک مفاهیم مختلف ضرب و تقسیم و تاثیر عمل آن ها بر اعداد طبیعی؛ درک روابط بین عملیات در حل مسئله؛ درک خواص ضرب و تقسیم؛ انتخاب و به کارگیری استراتژی های مختلف در محاسبه یا تخمین حاصل عملیات با اعداد طبیعی.
- ۲- (جبر) : توصیف، تعمیم دنباله های عددی و هندسی؛ آشنایی با مفهوم متغیر و به کارگیری حروف به جای مقدار نامعلوم؛ به کارگیری مدلها برای درک و ارائه روابط کمی؛ بررسی تاثیر تغییر یک متغیر بر متغیر دیگر.
- ۳- (هندسه) : شناسایی و تحلیل ویژگی ها و خواص اشکال دوبعدی و سه بعدی؛ طبقه بندی اشکال بر مبنای خواص و ویژگی ها؛ هم نهشتی و تشابه؛ توصیف مکان و حرکت؛ پیش بینی و شناسایی نتیجه انتقال، دوران یا بازتاب یک شکل دوبعدی؛ محور و مرکز تقارن در شکل های دوبعدی؛ رسم اشکال

دو و سه بعدی؛ شناسایی و ساخت اشکال سه بعدی با داشتن بازنمایی دوبعدی آن ها؛ شناسایی و رسم بازنمایی دوبعدی اشکال سه بعدی؛ مساحت؛ حجم.

۴- برای اندازه گیری و بیان طول، مساحت، حجم، جرم، زمان، دما و اندازه زاویه؛ تبدیل واحدهای اندازه گیری؛ انتخاب استراتژی مناسب برای تخمین محیط، مساحت و حجم اشکال نامنظم؛ تخمین اندازه ها با داشتن مرجع مقایسه؛ مساحت جانبی و حجم مکعب مستطیل.

۵- (تحلیل داده ها) :طراحی تحقیق برای پاسخ به یک سوال و توجه به روش جمع آوری اطلاعات؛ جمع آوری اطلاعات از طریق مشاهده، پرسشنامه، آزمایش؛ نمایش اطلاعات به کمک جدول نمودار تصویری؛ مقایسه کردن و برقراری ارتباط بین راه های مختلف داده ها؛ پیش بینی و نتیجه گیری کردن براساس داده ها؛ توصیف پیش آمدهای با شانس وقوع برابر؛ پیش بینی احتمال وقوع یک پیش آمد.

منابع (محیط، مواد و رسانه های آموزشی):

به کارگیری وسایل و محیط مناسب موجب غنای یادگیری می شود و بر انگیزه و رغبت یادگیرنده نیز می افزاید. و در کیفیت تدریس معلم بسیار مؤثر است. امروزه وسایل کمک آموزشی اعم از پیچیده و ساده به عنوان ابزاری برای ایجاد تسهیل در امر تدوین و یادگیری در نظام آموزشی به کار می روند. این وسایل از حیث این که تئوری و عمل را با هم ترکیب کرده، باعث ماندگاری یادگیری و تنوع بخشی در کلاس درس می شوند، حائز اهمیت است. با توجه به این که: ۷۵ درصد یادگیری از طریق حس بینایی ۱۳ درصد شنوایی ۶ درصد لامسه ۳ درصد حس چشایی می باشد. نقش ۷۵ درصدی حس بینایی در یادگیری و بالطبع استفاده از وسایل کمک آموزشی خودنمایی می نماید (پزشکی، ۹۸۳۱). معلم خوب در شرایط محدود نیز می تواند مؤثر واقع شود و با استفاده صحیح از وسایل و اشیاء ساده محیط اطراف، در زمان مناسب تسهیل گر فرآیند آموزش باشد. مهم ترین منابع برنامه درسی ریاضی عبارتند از:

* کتاب معلم (راهنمای تدریس معلم) درس ریاضی

* کتاب کار دانش آموز

* کتب و وسایل کمک آموزشی و فیلم های آموزش درس ریاضی ویژه دانش آموزان کم توان ذهنی.

ارزشیابی پیشرفت تحصیلی:

همه ی دانش آموزان با استفاده از ابزارها و راهبردهای متنوع، ارزیابی می شوند تا نشانگان چند گانه ای از کیفیت یادگیری ریاضی هر کدام از دانش آموزان و اثرگذاری برنامه کلی را فراهم کند. ارزشیابی پیشرفت

تحصیلی عبارت است از: «فعالیتی که در آن با استفاده از آزمون های پیشرفت تحصیلی، عملکرد یادگیرندگان تعیین می شود و نتایج حاصل با هدف های آموزشی از پیش تعیین شده سنجیده می شود و معلوم می گردد که کوشش های یادگیری دانش آموزان و فعالیت های آموزشی معلم به نتایج مطلوب انجامیده است یا نه» (سیف، ۳۸۳۱).

اهداف ارزشیابی پیشرفت تحصیلی:

ارزشیابی وسیله ای برای رسیدن به اهداف زیر می باشد (غفاری مجلی، ۱۳۸۴)

۱. شناخت توانایی و زمینه های علمی شاگردان و تصمیم گیری برای انجام فعالیت های بعدی آموزشی
۲. شناساندن هدف های آموزشی در فرآیند تدریس
۳. بهبود و اصلاح فعالیت های آموزشی
۴. شناخت نارسایی های آموزشی شاگردان و ترمیم آن ها
۵. ایجاد رغبت و کسب عادات صحیح آموزشی در دانش آموزان
۶. ارتقای دانش آموزان

ارزشیابی یکی از ارکان برنامه ی درسی است که با سایر ابعاد آن ارتباط تنگاتنگ دارد. شیوه های ارزشیابی باید متناسب با روش های تدریس، اهداف و رویکرد برنامه باشد و لذا دارای ویژگی های زیر باشند (دفتر برنامه ریزی و تألیف کتب درسی، ۱۳۸۴):

- ۱- توجه به فرآیند محوری و انجام ارزشیابی مستمر در طول فرآیند آموزش
- ۲- ارزشیابی فعالیت های کلاسی که بخش عمده ای از ارزشیابی عملکرد یک دانش آموز محسوب می شود.
- ۳- ارزشیابی متکی به ارائه بازخورد مناسب (عملکردها) است و صرفاً به جمع آوری اطلاعات ختم نمی شود.
- ۴- توجه به فرآیند تفکر و حل مسئله ۵ - تاکید بر رشد همه جانبه ی توانایی های دانش آموزان (پوشه کار)
- ۶- تاکید بر ارزشیابی عملکردی به منظور سنجش توانایی مهارتی دانش آموزان (حل مسئله) ۷- برقراری ارتباط بین کلاس و محیط اطراف ۸- توجه به تعاملات اجتماعی، یادگیری مشارکتی و برگزاری آزمون به صورت گروهی

راهنمای حل مسئله:

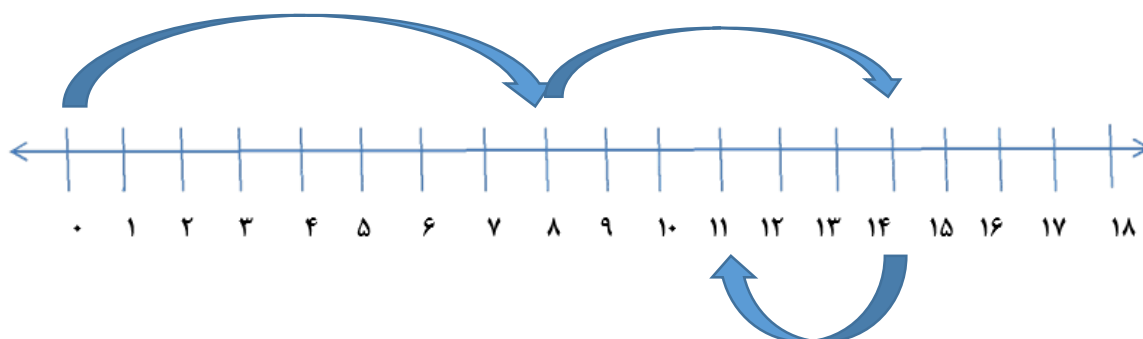
یکی از مشکلات اصلی دانش آموزان عدم توانایی آنها در حل مساله است. دانش آموزان وقتی با یک مساله مواجه می شوند نمی دانند از کجا شروع کنند و یا چگونه اقدام به حل آن نمایند. آموزش راهبردهای حل مساله می تواند گام مفیدی برای حل مساله باشد. در رویکرد جدید آموزشی، آموزش مفاهیم و یادگیری ریاضی به کمک حل مساله یا راهبردهای حل مساله صورت می گیرد. و حل مساله یکی از اهداف فرایندی نظام آموزشی جدید می باشد و در بخش اهداف فرایندی ۱۲ هدف برای حل مساله ذکر شده است و حل مساله یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است. در این بخش به راهبردهای حل مساله می پردازیم: بررسی راهبردهای مختلف و امکان حل مساله با این راهبردها در واقع اقدامی مهم برای حل مساله است: در آموزش عمومی ۸ راهبرد به دانش آموزان، آموزش داده می شوند که این ۸ راهبرد عبارت اند از:

- ۱- رسم شکل ۲- الگوسازی ۳- حدس و آزمایش ۴- الگویابی ۵- حل مساله ساده تر ۶- زیر مساله ۷- حذف حالت های نامطلوب ۸- روش های جبری و تشکیل معادله (روش نمادین).

۱) **راهنمای رسم شکل:** این راهنما به طور طبیعی در ذهن دانش آموزان نقش می بندد و کشیدن شکل برای یک مساله اولین ایده ای است که به ذهن می آید. بسیاری از مسائل با کشیدن شکل به راحتی حل می شوند و حتی نیازی به نوشتن عملیات نخواهند داشت. معمولاً شکل ها ساده می باشند از قبیل رسم محور اعداد، رسم چوب خط و اشکال هندسی و اشکال اشیاء و....

چند نمونه از مسائل که با راهنمای رسم شکل حل می شود (برای یک مساله ممکن است چند راهنما وجود داشته باشد)

مثال ۱: ۸ دانش آموز در کلاس بودند. ۶ دانش آموز دیگر به کلاس آمدند و ۳ دانش آموز از کلاس خارج شدند، حال چند دانش آموز در کلاس هستند (برای کلاس دوم دبستان)



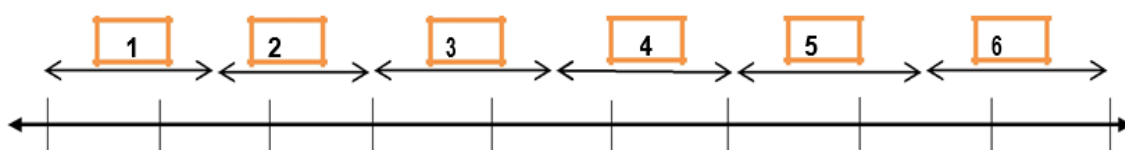
مثال ۲: علی آقا کشاورز است او نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را سه قسمت کرد و یک قسمت جو و در یک قسمت هم یونجه کاشت. او قسمت سوم هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزی کاشت. علی آقا چه کسری از زمین خود را سبزی کاشته است. (کتاب ششم ابتدایی)

حل: یک مستطیل به عنوان زمین علی آقا رسم می کنیم و آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن گندم می نویسیم و یا رنگ می کنیم. سپس قسمت باقی مانده را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت جو و در یک قسمت یونجه می نویسیم (یا رنگ می کنیم) قسمت سوم را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن سبزی می نویسیم. کافی است که قسمتی که گندم نوشته ایم هم سه قسمت کنیم و خطی که (خط وسط) سبزی را جدا کرده است ادامه دهیم و زمین علی آقا به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می شود و یک دوازدهم زمین سبزی کاشته است. (توجه: شکل را می توان طور دیگری هم کشید امتحان کنید)

سبزی	یونجه	جو	گندم	گندم	گندم
	یونجه	جو	گندم	گندم	گندم

مثال ۳: حسن چوبی به طول $\frac{1}{5}$ متر در اختیار دارد و می خواهد با آن یک مفتول به طول ۹ متر اندازه گیری کند. حسن چند بار باید این چوب را در کنار مفتول قرار دهد تا مفتول اندازه گیری شود (یا مفتول چند برابر چوب است).

حل: با رسم شکل جواب ۶ بار چوب $\longleftrightarrow$



۲) راهبرد الگوسازی (سازمان دهی داده ها و جدول نظام دار):

به این راهبرد تفکر نظام دار یا جدول نظام دار هم می گویند. مرتب کردن داده ها و قرار دادن آنها در جدول و سازمان دهی داده ها راهبردی مناسب برای حل مساله است. تشکیل جدول نظام دار (با نظم) این اطمینان را ایجاد میکند که تمام حالت های مختلف در نظر گرفته شده اند.

مثال ۱: همه عددهای دو رقمی بنویسید که رقم یکان آن ۳ و ۴ و رقم دهگان آن ۷ و ۵ باشد. (برای کلاس دوم)

حل: یک جدول ارزش مکانی آماده می کنیم. و تمام حالات ممکن با نظم در جدول قرار می دهیم و چهار عدد نوشته می شود. ۷۴، ۷۳، ۵۴، ۵۳

یکان	دهگان
۳	۵
۳	۷
۴	۵
۴	۷

مثال ۲: به چند حالت می توان با سکه های ۱۰ و ۱۰۰ ریالی، ۲۰۰ ریال درست کرد؟ (کتاب سوم)

حل: جدولی به صورت مقابل رسم می کنیم. جواب ۳ حالت

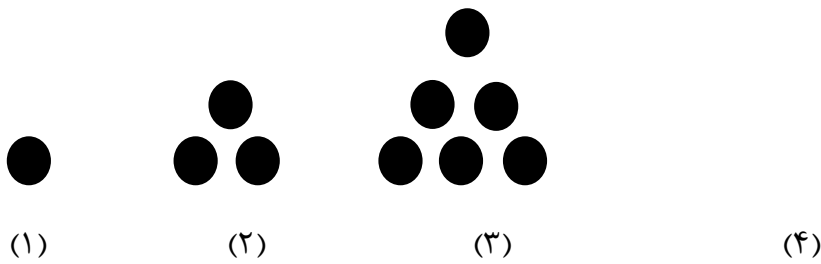
۳	۲	۱	حالت ما
۰	۱	۲	تعداد سکه ۱۰۰ ریالی
۲۰	۱۰	۰	تعداد سکه ۱۰ ریالی
۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	مجموع ارزش سکه ها

مثال ۳: دو عدد بنویسید که حاصل ضرب آنها ۱۲ شود چند حالت وجود دارد؟ (کتاب چهارم)

حل: یک جدول به صورت مقابل آماده می کنیم.

۳	۲	۱	عدد اول
۴	۶	۱۲	عدد دوم
۱۲	۱۲	۱۲	حاصل ضرب

مثال ۴: شکل هفتم زیر با چند دایره درست شده است؟



۳) راهبرد حدس و آزمایش (یا آزمایش و خطا): در این راهبرد دانش آموز پاسخ مسئله را حدس می زند و سپس از بررسی حدس خود و آزمایش (امتحان) کردن آن، حدس بعدی را با استدلال منطقی مشخص می کند. با ادامه این روند کم کم دانش آموز به پاسخ درست مسئله می رسد.

در آموزش این راهبرد ۲ نکته اهمیت دارد اول آن که دانش آموز حدس دوم به بعد را براساس نتایج بررسی حدس قبلی خود و با استدلالی منطقی تعیین می کند. دوم او باید یاد بگیرد مراحل حدس و آزمایش خود را به صورت مکتوب ارائه و استدلال خود بیان کند بطوری که دیگران قادر به درک مراحل حدس و آزمایش او شوند.

مثال ۱: در جای خالی چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار شود (کتاب دوم دبستان)

$$\boxed{} + ۱۷ = ۵۱$$

حل: حدس اول عدد ۲۰ قرار می دهیم (زیرا جمع ۱۷ با عدد ۲۰ راحت می باشد) پس $۲۰ + ۱۷ = ۳۷$ نادرست است، حدس دوم عدد ۳۰ قرار می دهیم (چون اختلاف ۳۷ تا ۵۱ زیاد نیست و جمع ۳۰ با ۱۷ راحت است) پس $۳۰ + ۱۷ = ۴۷$ نادرست است. حدس سوم چون ۴۷ و ۵۱ با هم ۴ عدد فاصله دارند پس عدد ۳۴ قرار می دهیم سپس $۳۴ + ۱۷ = ۵۱$ بنابراین جواب عدد ۳۴ است (شما می توانید اعداد دیگری حدس بزنید و تعداد عددهای حدسی را کمتر یا بیشتر در نظر بگیرید) توجه، برای این مثال می توان از راهبرد تشکیل معادله (روش نمادین) استفاده کرد.

مثال ۲: در یک مزرعه روی هم ۴ تا شترمرغ و گوسفند وجود دارند. آنها روی هم ۱۴ پا دارند. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گوسفند وجود دارد (کتاب ریاضی ششم). (دست های گوسفند هم به عنوان پا در نظر بگیرید)

حل: چون شتر مرغ ۲ پا و گوسفند ۴ پا (دست هم به عنوان پا در نظر گرفته ایم) دارد پس حدس اول ۲ شتر مرغ و ۲ گوسفند در نظر می گیریم پس $۲ + ۲ + ۴ + ۴ = ۱۲$ تعداد پاها که نادرست است.

حدس دوم: یک گوسفند به گوسفندهای حدس اول اضافه می کنیم یعنی ۳ گوسفند و یک شتر مرغ در نظر می گیریم . پس جواب در مزرعه ۳ گوسفند و یک شتر مرغ وجود دارد. (می توان حدس های دیگر در نظر گرفت).

(۴) راهبرد الگویابی: کشف الگو و رابطه های بین داده های مسئله به حل آن کمک می کند. راهبرد الگویابی برای مسایلی که با استفاده از رابطه ها، قواعد تکرارپذیر طرح می شوند مفید است . گاهی کشف الگو همان حل مسئله است و در مواقعی پیدا کردن الگو راه را برای حل مسئله باز می کند معمولاً. الگوها فرمول هایی هستند که رابطه بین داده ها را نشان می دهند برخی از الگوها عددی و برخی الگوی هندسی و برخی الگوی عددی و هندسی هستند.

مثال: با انگشتان یک دست به چند حالت می توان عدد دو را نمایش داد؟

از انگشت شصت شروع می کنیم و به ترتیب به سمت انگشت آخر می رویم الگو به صورت زیر است:

۴-۳-۲-۱

(۵) راهبرد حل مسئله ساده تر: گاهی مسئله پیچیدگی هایی دارد که نمی توان آن را به راحتی حل کرد اما وقتی مسئله را ساده می کنیم یا مسئله حل می شود یا روش حل آن ظاهر میشود . وقتی مسئله در حالت ساده تر بررسی شد . با یک الگو می توان آن را به حالت کلی تعمیم داد ساده کردن عددها و داده های یک مسئله نیز بخشی از این راهبرد است (ساده کردن عددها مانند تقریب زدن قسمت اعشاری (حذف کردن و مسئله را در حالت اعداد طبیعی حل کردن و.....).

مثال ۱ : اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر دویست و چهل و هفتم باشد. چند نفر در این صف هستند. (کتاب ریاضی سال ششم ابتدایی).

حل : مسئله را ساده تر در نظر می گیریم ، فرض کنید که علی نفر پنجم یک صف باشد در این صورت چهار نفر قبل از علی و چهار نفر بعد علی در صف ایستاده اند بنابراین تعداد افراد این صف برابر است با

$$4+4+1=2 \times 4+1=9$$

حال مسئله ی اصلی را حل میکنیم پس ۲۴۶ نفر قبل از علی ۲۴۶ نفر بعد علی در صف قرار دارند بنا بر این تعداد افراد این صف

$$246+246+1=2 \times 246+1=493$$

(۶) راهبرد زیر مسئله : مسئله های پیچیده و چند هدفی معمولاً از چند مسئله ی ساده تشکیل شده اند . گاهی حل یک زیر مسئله و یا تعدادی از زیر مسئله ها منجر به حل مسئله ی اصلی می شود . تشخیص زیر مسئله ها و حل آنها راهبرد مهمی برای حل مسئله های ترکیبی هستند . در آموزش این راهبرد به دو نکته

باید توجه کرد اول تشخیص زیر مسئله ها دوم نوشتن مسئله های کوچک و حل آنها برای رسیدن به پاسخ نهایی مسئله .

مثال ۱: محسن ۸ سال داشت که خواهرش به دنیا آمد . حال از آن زمان ۱۰ سال گذشته است این خواهر و برادر روی هم چند سال دارند؟

حل: زیر مسئله ها الف) خواهر محسن چند سال دارد . ب) محسن چند سال دارد . ج) این دو نفر روی هم چند سال دارند. (مسئله ی اصلی)

$$۱۸ = ۸ + ۱۰ = \text{سن محسن} \quad ۱۰ = \text{سن خواهر محسن} \quad ۲۸ = ۱۰ + ۱۸ = \text{مجموع سن محسن و خواهرش}$$

مثال ۲: مریم ۶ سکه ی صد ریالی و ۳ سکه ی ده ریالی و ۵ سکه ی یک ریالی داشت او ۳۲۵ ریال در صندوق صدقات انداخت حالا او چند ریال پول دارد؟

حل: زیر مسئله ها : الف) مجموع سکه های ده ریالی مریم چند ریال است . ب) مجموع سکه های صد ریالی مریم چند ریال است ج) مجموع سکه های یک ریالی مریم چند ریال است . د) مجموع پول های مریم چند ریال است . ر) چند ریال برای مریم باقی مانده است.

$$۶۰۰ = ۶ \times ۱۰۰ = \text{مجموع سکه های } ۱۰۰ \text{ ریالی} \quad ۳۰ = ۳ \times ۱۰ = \text{مجموع سکه های } ۱۰ \text{ ریالی} \quad ۵ = ۵ \times ۱ = \text{مجموع سکه های } ۱ \text{ ریالی}$$

$$۳۱۰ = ۶۳۵ - ۳۲۵ = \text{باقی مانده پول مریم} \quad ۶۳۵ = ۶۰۰ + ۳۰ + ۵ = \text{مجموع پول مریم}$$

۷) **راهبرد حذف حالت های نامطلوب :** در این راهبرد ابتدا باید به خواسته های مسئله توجه کرد و سپس با بررسی تمام حالت های ممکن ، حالت های نامطلوب و زاید را یکی یکی یا دسته دسته حذف کنیم تا به پاسخ اصلی مسئله نزدیک شویم.

مثال ۱: با سه رقم ۷ و ۰ و ۹ چند عدد زوج سه رقمی می توان نوشت؟

حل: در مرحله ی اول طبق جدول نظام دار همه ی عدد های سه رقمی را می نویسیم سپس آنهایی که زوج نیستند حذف می کنیم .

$$\underline{۹۰۷-۹۰۹-۹۰۰-۹۷۰-۹۷۹-۹۷۷-۹۹۹-۹۹۰-۹۹۷-۷۰۰-۷۰۷-۷۰۹-۷۷۰-۷۷۷-۷۷۹-۷۹۰-۷۹۷-۷۹۹}$$

پس جواب عبارت است . ۷۹۰-۷۷۰-۷۰۰-۹۹۰-۹۷۰-۹۰۰

۸) **راهبرد روش های جبری و تشکیل معادله (راهبرد نمادین):** مدل سازی بسیاری از مسئله ها با روش های جبری امکان پذیر است و تشکیل معادله یا معادلات مسئله را به دنیا ی ریاضی برده و آن را به یک مسئله ی جبری (ریاضی) تبدیل می کند.

مثال: علی دو دفتر و یک پاکن خرید و ۹۵۰ تومان پول داد اگر قیمت دفتر ۴۰۰ تومان باشد قیمت پاکن را پیدا کنید؟

حل: یک معادله به صورت $۹۵۰ + \text{---} = ۸۵۰$ می نویسیم که --- قیمت پاکن است زیرا که

$۹۵۰ = \text{قیمت یک پاکن} + \text{قیمت دو دفتر}$

بنابراین $۱۵۰ = ۹۵۰ - ۸۰۰$ پس قیمت پاکن ۱۵۰ تومان است